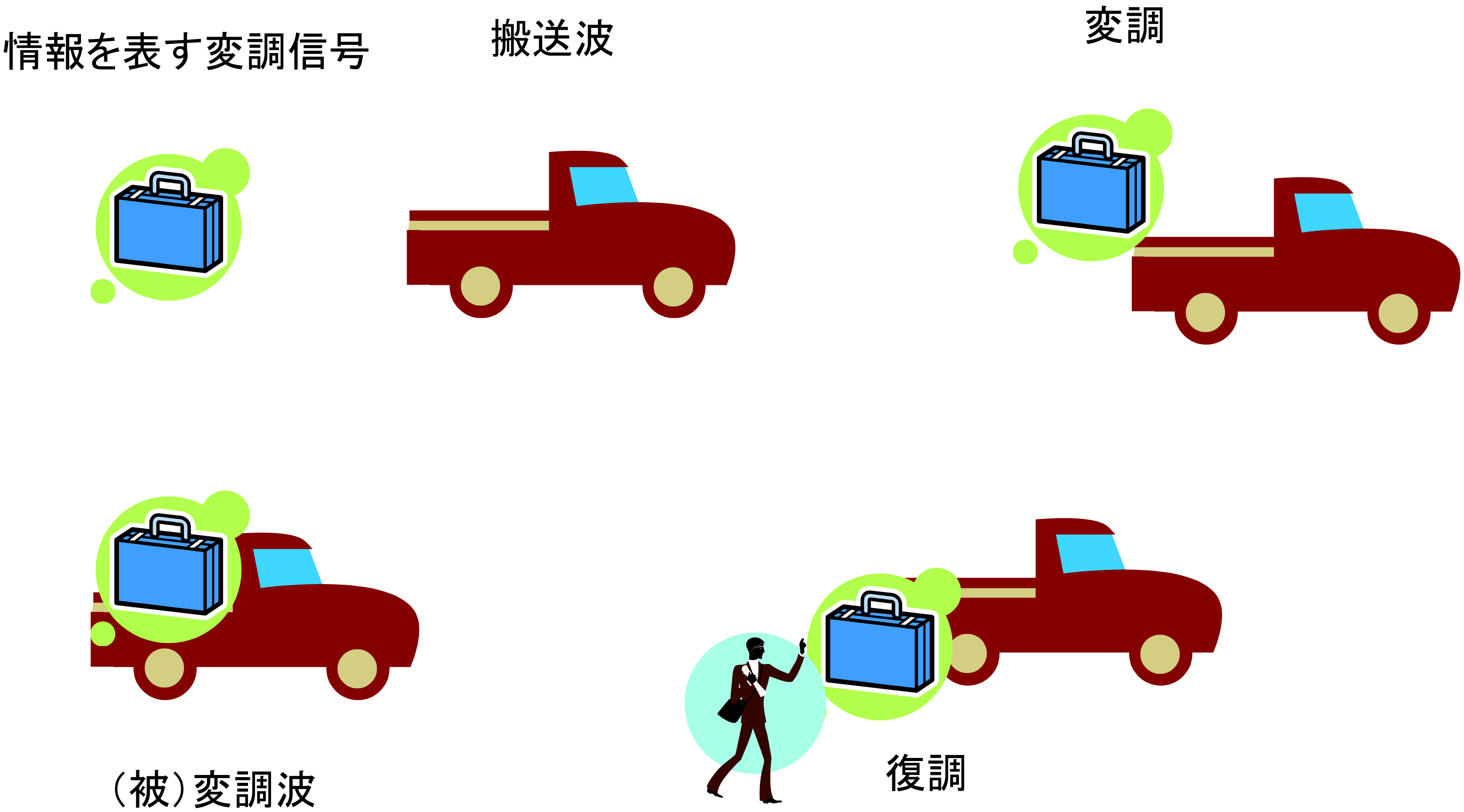
# 振幅変調(1)

- 情報通信
  - 情報信号を搬送波に載せて送信する方式

  情報信号:変調信号
- 変調
  - 信号に応じて搬送波のパラメータの一つを変化させる操作
  - 変調信号＋搬送波→被変調波

    変調
  - 復調:元の情報信号を抽出


情報を表す変調信号
搬送波
変調
(被)変調波
復調

# 変調の種類

- 振幅変調　AM（Amplitude Modulation）
- 周波数変調　FM (Frequency Modulation)
- 位相変調　PM (Phase Modulation)

FM,PMをあわせて角度変調

# 振幅変調　AM

- AM波の数式表示

正弦波搬送波（Carrier）:

$C(t)=A_c \cos(\omega_c t+\theta_c)$

- 変調

$A_c$を信号S(t)に応じて変化させる

$A_c(t)=A[1+ks(t)]$

ただし　A、kは定数である

- $s(t)=s_0 s_1(t)$と定義する

被変調波

$\varphi_{AM}(t)=A\{1+ks_0 s_1(t)\}\cos(\omega_c t+\theta_c)$

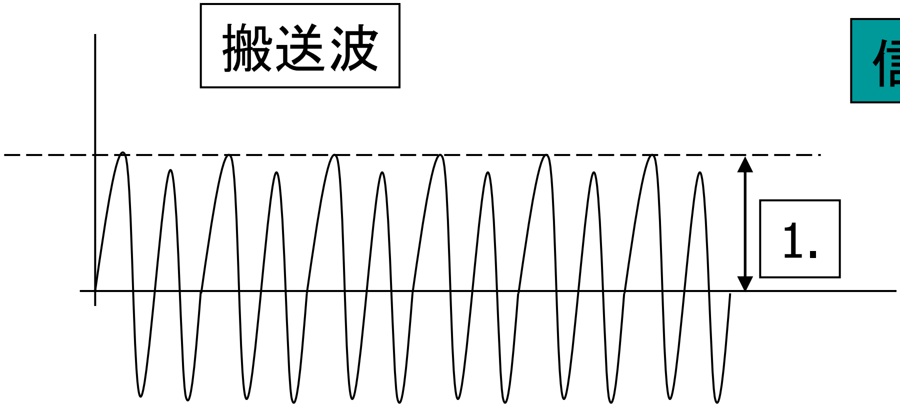
$s_1(t)$の最大値１、$m_a=ks_0$として

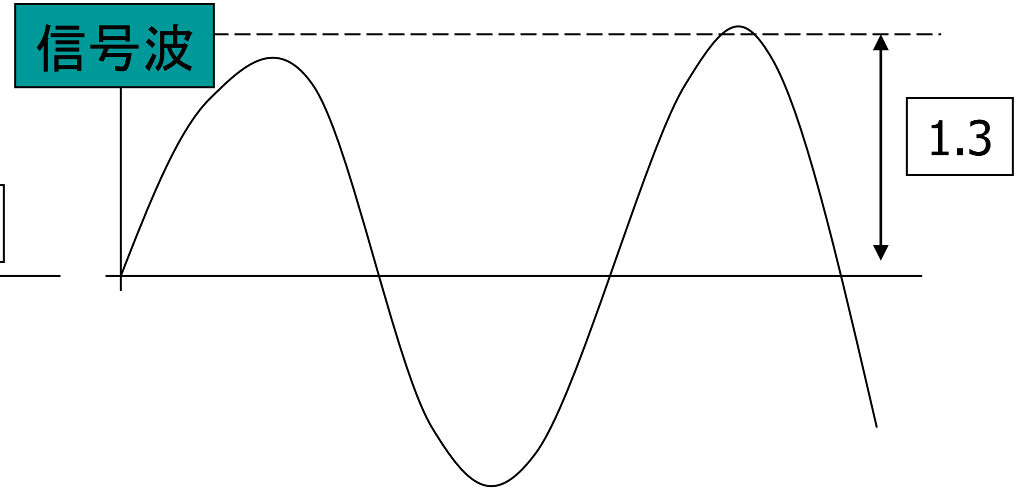
$\varphi_{AM}(t)=A\{1+m_a s_1(t)\}\cos(\omega_c t+\theta_c)$

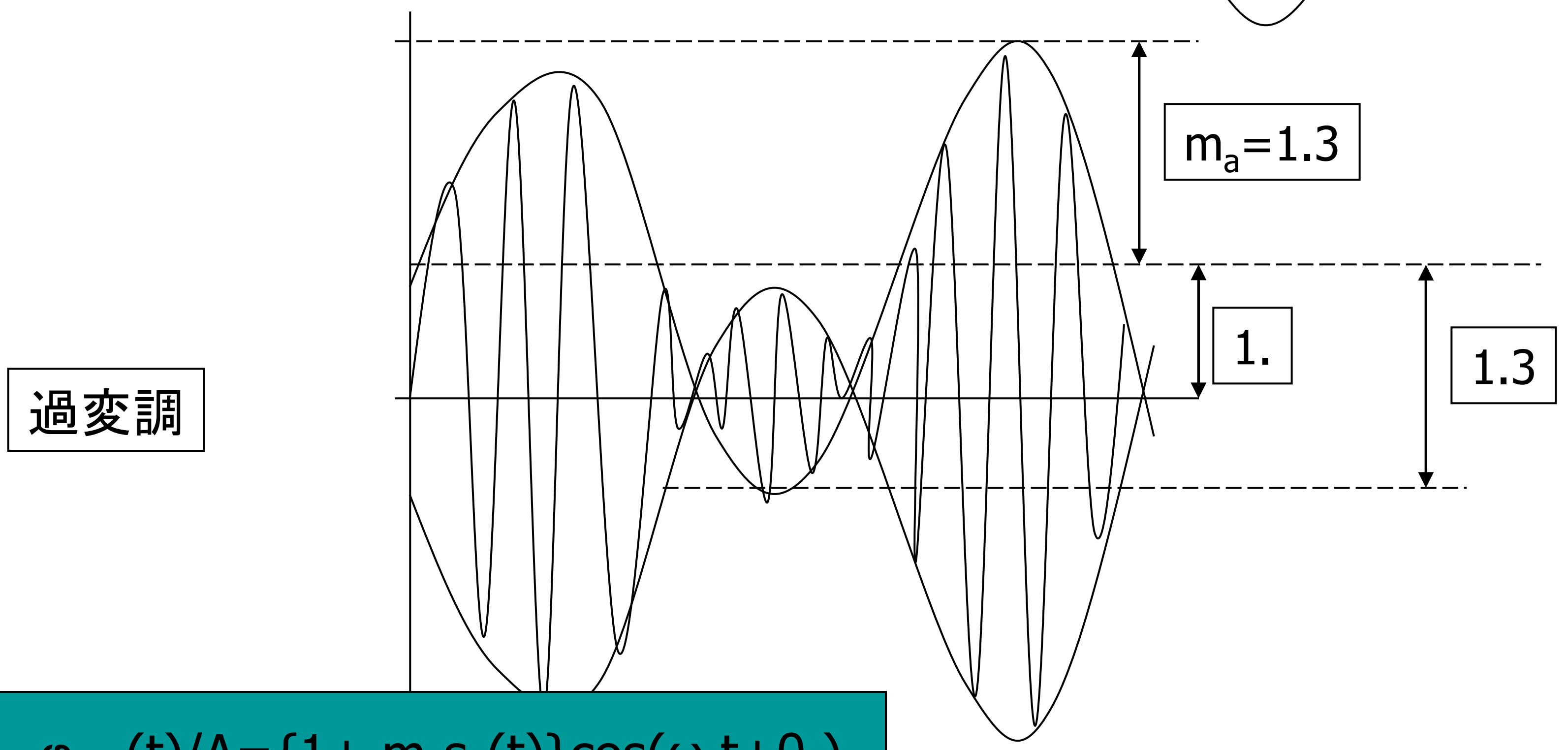
$m_a$は変調度といい、

一般は$m_a<1$

$m_a\geq 1$の時、過変調となる




$$\varphi_{AM}(t)/A=\{1+ m_a s_1(t)\}\cos(\omega_c t+\theta_c)$$

# AM波の諸性質

- 信号を正弦波$\cos\omega_m t$　として

  下付きm: modulating signal （変調信号）

 $\theta_c=0$とする

式を書き換えると

$$\varphi_{AM}(t)=A\{1+m_a \cos\omega_m t\}\cos\omega_c t$$

$$= A\cos\omega_c t+Am_a \cos\omega_m t\cos\omega_c t$$

$$= A\cos\omega_c t+(Am_a /2)\cos(\omega_m+\omega_c)t$$

$$+(Am_a /2)\cos(\omega_m-\omega_c)t$$

公式から三つの角周波数が得られる

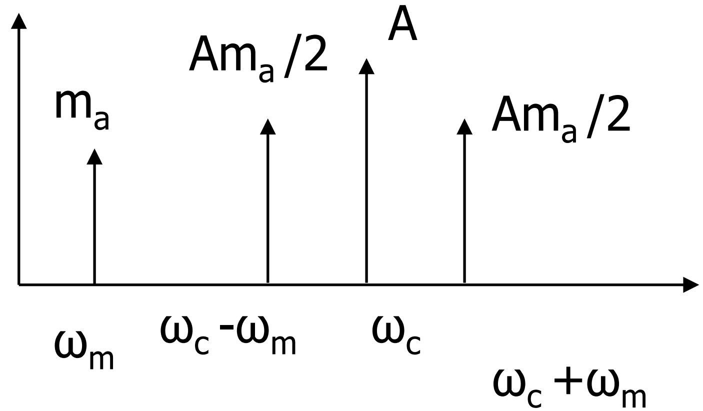
$\omega_c$：搬送波の角周波数

$(\omega_m+\omega_c)$：搬送波より高い周波数→上側帯波

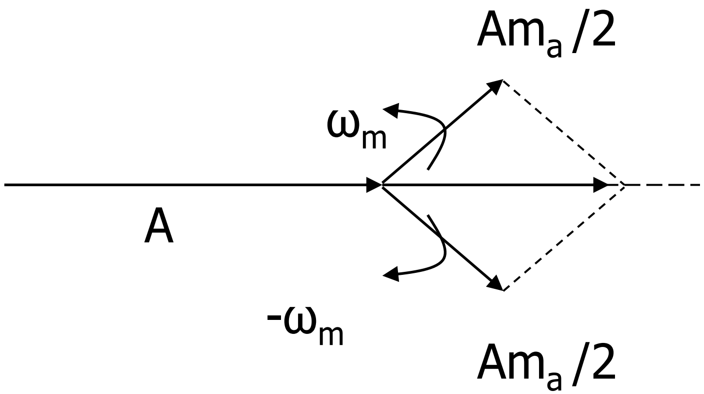
(じょうそくたいは)

$(\omega_c-\omega_m)$：搬送波より低い周波数→下側帯波

スペクトルで表示すると



式の変形　　三つの項をベクタルで表示する

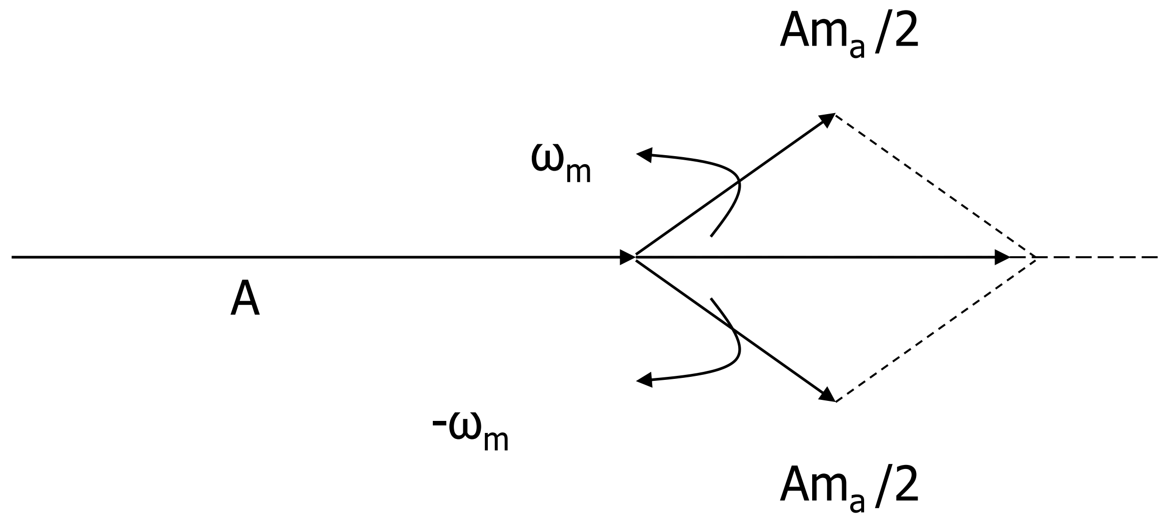



各ベクタルを複素数で表示する（実数部）と

搬送波　$A\, e^{j\omega_c t}$

上側帯波　$Am_a/2 \;\; e^{j(\omega_c+\omega_m)t}$

下側帯波　$Am_a/2 \;\; e^{j(\omega_c-\omega_m)t}$




三つの項ベクタルの合成

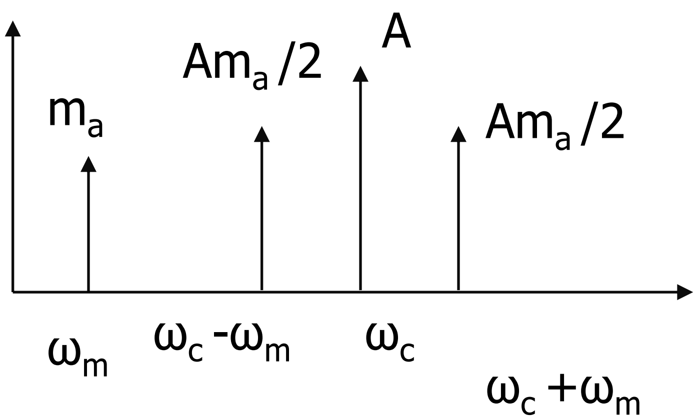
$$A\,e^{j\omega_c t}+Am_a/2\;\;e^{j(\omega_c+\omega_m)t}+Am_a/2\;\;e^{j(\omega_c-\omega_m)t}$$

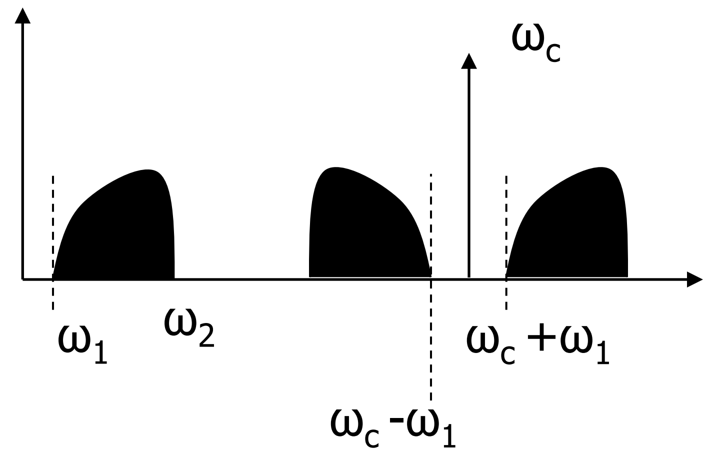
被変調波は実部となる

$$\boldsymbol{\varphi_{AM}(t)=}\ \mathrm{Re}[A\,e^{j\omega_c t}\{1+m_a/2\ e^{j\omega_m t}+m_a/2\ e^{-j\omega_m t}]$$

# 単一周波数信号の前提を変えて

$\omega_m \rightarrow \omega_1 \sim \omega_2$




変調波スペクトル

信号は任意連続波形の場合（$\omega_1 \sim \omega_2$）

連続スペクトル$S(\omega)$

被変調波の式の導出

$\varphi_{AM}(t) = A\{1+ks(t)\}\cos(\omega_c t)$

$= A\cos\omega_c t + Aks(t)\cos\omega_c t$

$= A\cos\omega_c t + Ak\,(1/2\pi)\int_{-\infty}^{+\infty} S(\omega)\, e^{j\omega t} d\omega$

$(1/2)\{e^{j\omega_c t} + e^{-j\omega_c t}\}$

$= A\cos\omega_c t + Ak\,(1/4\pi)\int_{-\infty}^{+\infty} S(\omega)\, e^{j(\omega+\omega_c)t} d\omega$

$+ Ak\,(1/4\pi)\int_{-\infty}^{+\infty} S(\omega)\, e^{j(\omega-\omega_c)t} d\omega$

$= A\cos\omega_c t + Ak\,(1/4\pi)\int_{-\infty}^{+\infty} S(\omega-\omega_c)\, e^{j\omega t} d\omega$

$+ Ak\,(1/4\pi)\int_{-\infty}^{+\infty} S(\omega+\omega_c)\, e^{j\omega t} d\omega$

信号は任意連続波形の場合（$\omega_1 \sim \omega_2$）

連続スペクトル $|S(\omega)|e^{j\theta(\omega)}$

被変調波の式の導出

$\varphi_{AM}(t)= A\cos\omega_c t+Ak\,(1/4\pi)\int_{-\infty}^{+\infty}|S(\omega)|e^{j\{(\omega+\omega_c)t+\theta(\omega)\}}\,d\omega+Ak\,(1/4\pi)\int_{-\infty}^{+\infty}|S(\omega)|e^{j\{(\omega-\omega_c)t+\theta(\omega)\}}\,d\omega$

$|S(\omega)| = |S(-\omega)|$ 偶関数

$\theta(-\omega) = -\theta(\omega)$　奇関数

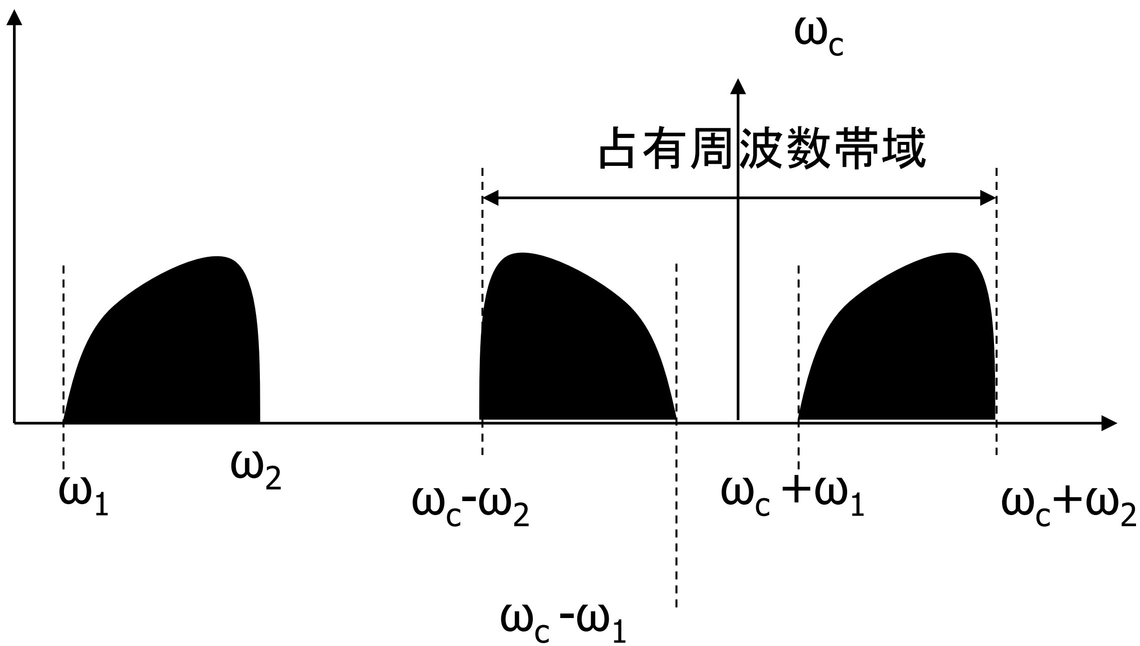
（積分空間$[-\omega_2, -\omega_1]$、$[\omega_1, \omega_2]$　積分2倍になる）

または$\varphi_{AM}(t)$は実数だからj部分の積分＝0

$\int_{-\infty}^{+\infty}|S(\omega)|e^{j\{(\omega+\omega_c)t+\theta(\omega)\}}\,d\omega$

$=\int_{-\omega 2}^{-\omega 1}|S(\omega)|e^{j\{(\omega+\omega_c)t+\theta(\omega)\}}\,d\omega+\int_{\omega 1}^{\omega 2}|S(\omega)|e^{j\{(\omega+\omega_c)t+\theta(\omega)\}}\,d\omega$

# AM波の占有周波数帯域




占有周波数帯域$=(\omega_c+\omega_2)-(\omega_c-\omega_2)$

$=2\omega_2$

# 搬送波と側帯波の電力

- 搬送波の平均電力（平方平均）
  - $Pc=(A/\sqrt{2})^2=A^2/2$
- 側帯波の電力
  - $Ps=2\{(Am_a/2)/\sqrt{2}\}^2=m_a{}^2A^2/4$
  - $m_a=1$のとき

  $Ps=A^2/4$
  - 被変調波に含まれる信号の割合

  $Ps/(Ps+Pc)=1/3$
- 瞬時電力
  - $P(t)=A^2(1+m_a\cos\omega_m t)^2/2$
  - $P_{max}=A^2(1+m_a)^2/2$
  - $m_a=1$の時　$P_{max}=A^2 2^2/2=2A^2$
  - $m_a=0$の時　$P_{max}=A^2/2$

# 復調

- 復調:元の信号の抽出
- 変調信号:包絡線
  - 整流、低域フィルター

    包落線復調

# 復調

- 包絡線復調：整流（信号の半分をカット）、低域フィルタ（平均）
- 同期検波

$\varphi_{AM}(t)=A\{1+ m_a \cos\omega_m t\}\cos(\omega_c t)$

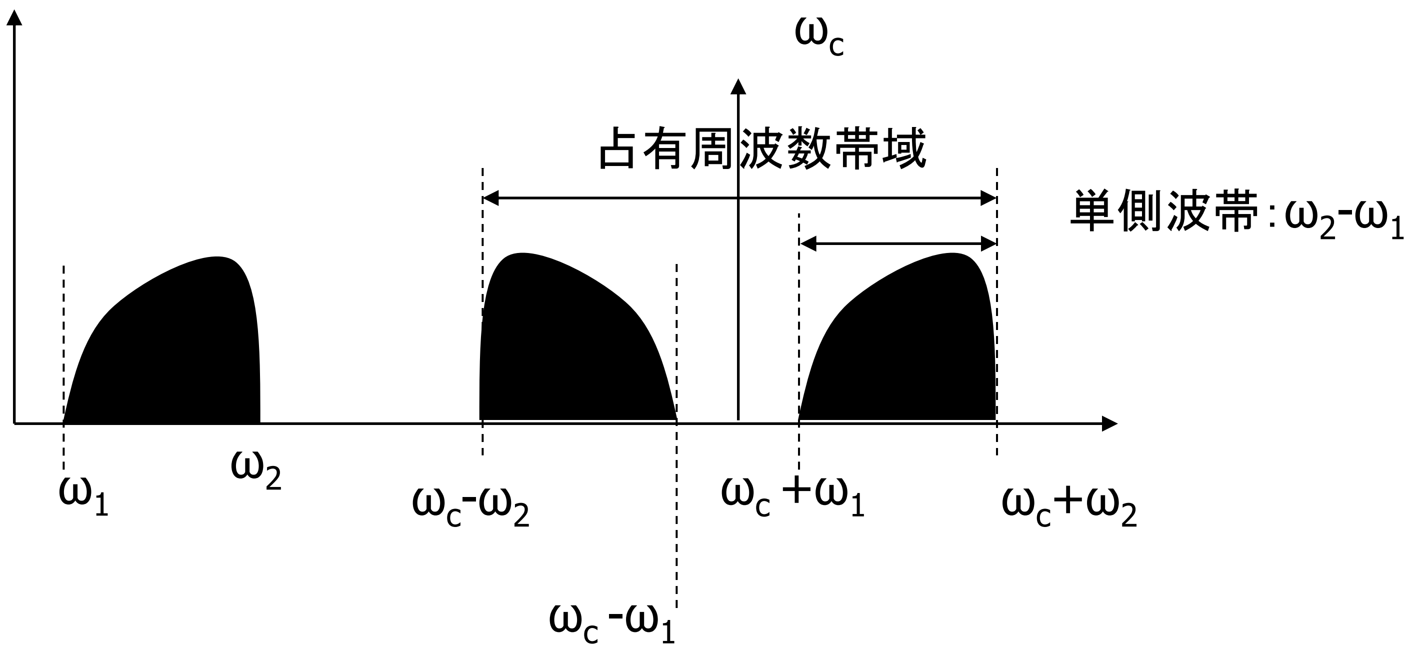
に$\cos\omega_c t$を掛けると

$$\varphi_{AM}(t)=A\{1+ m_a \cos\omega_m t\}\cos^2\omega_c t$$
$$= A\{1+ m_a \cos\omega_m t\}(\cos 2\omega_c t+1)/2$$
$$= A/2\{1+ m_a \cos\omega_m t\}$$
$$+ A/2\{1+ m_a \cos\omega_m t\}(\cos 2\omega_c t)$$

低域通過フィルターで

$\cos\omega_m t$を取り出す

# 2.2 単側波帯通信方式




占有周波数帯域$=(\omega_c+\omega_2)-(\omega_c-\omega_2)$

$=2\omega_2$

- 単側波帯通信方式
  - 単側帯波だけを送る方式
- 原理

信号を（$\omega_c+\omega_1$, $\omega_c+\omega_2$）の

単一周波数 $m_aA/2\cos(\omega_c+\omega_m)t$ とし、復調を考えて見る。

受信側で$A'\cos\omega_c t$ を供給するとし、

合成波

$$\varphi_s(t)= A'\cos\omega_c t+ m_aA/2\cos(\omega_c+\omega_m)t$$

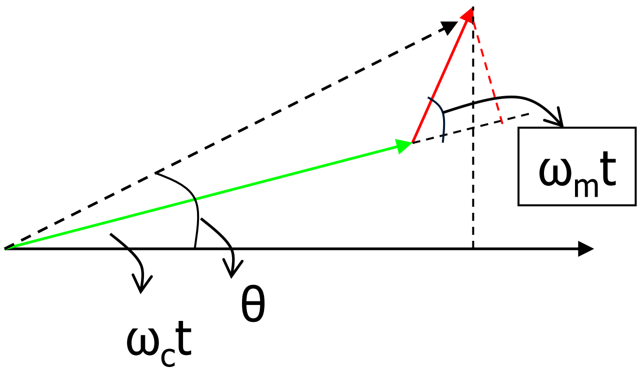
- $\varphi_s(t) = A'\cos(\omega_c t)$

  $+ m_a A/2\cos(\omega_c+\omega_m)t$

- $|\varphi_s(t)| = \sqrt{\{A'^2 + (m_a A/2)^2}$

  $-A' m_a A\cos(\pi - \omega_m t)\}$

  $= \sqrt{\{A'^2 + (m_a A/2)^2 + A' m_a A\cos\omega_m t\}}$

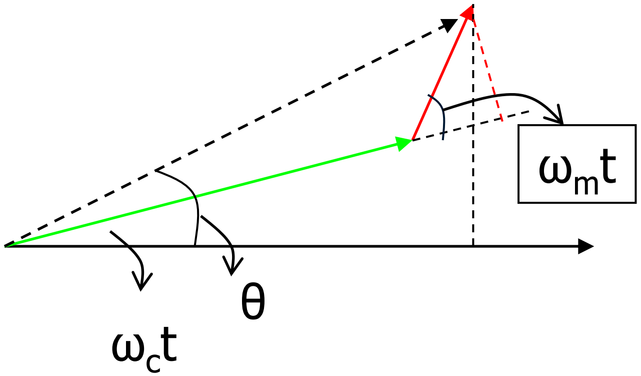



$\theta = \omega_c t + \tan^{-1}$

$((m_a A/2)\sin\omega_m t/(A' + m_a A/2\cos\omega_m t))$

$A' >> m_a A/2$の時

$\theta = \omega_c t + (m_a A/(2A'))\sin\omega_m t$




- $\varphi_s(t)=$

$\sqrt{\{A'^2+(m_aA/2)^2+A'm_aA\cos\omega_m t\}}\cos\theta$

$A' >> m_aA/2$の時$(\omega_c t=\theta)$

$|\varphi_s(t)|= A'(1+Am_a/(2A')\cos\omega_m t)$

$\theta=\omega_c t+(m_aA/2A')\sin\omega_m t$

- $\varphi_s(t)= |\varphi_s(t)|\cos\theta$

# 単側波帯通信の利点

- 電力

DSB：3/4 $A^2$（1/2+1/8+1/8）

SSB: 1/8$A^2$　1/6になる

- 周波数帯域

縮小：1/2

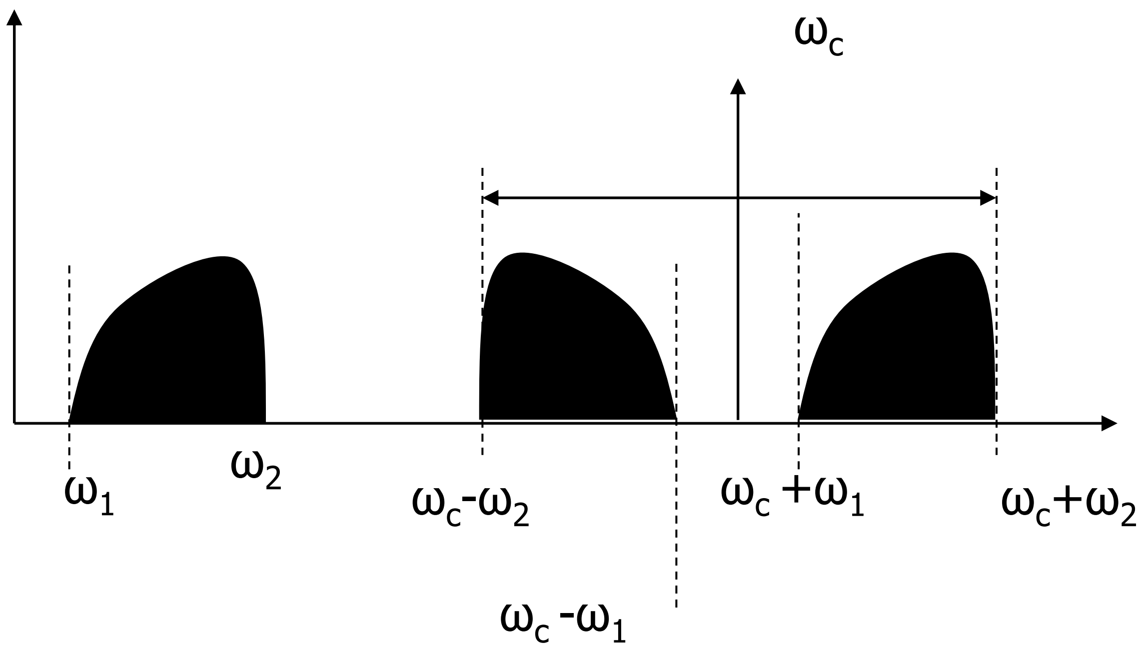
- フェージング

**同期性フェージング**：一様

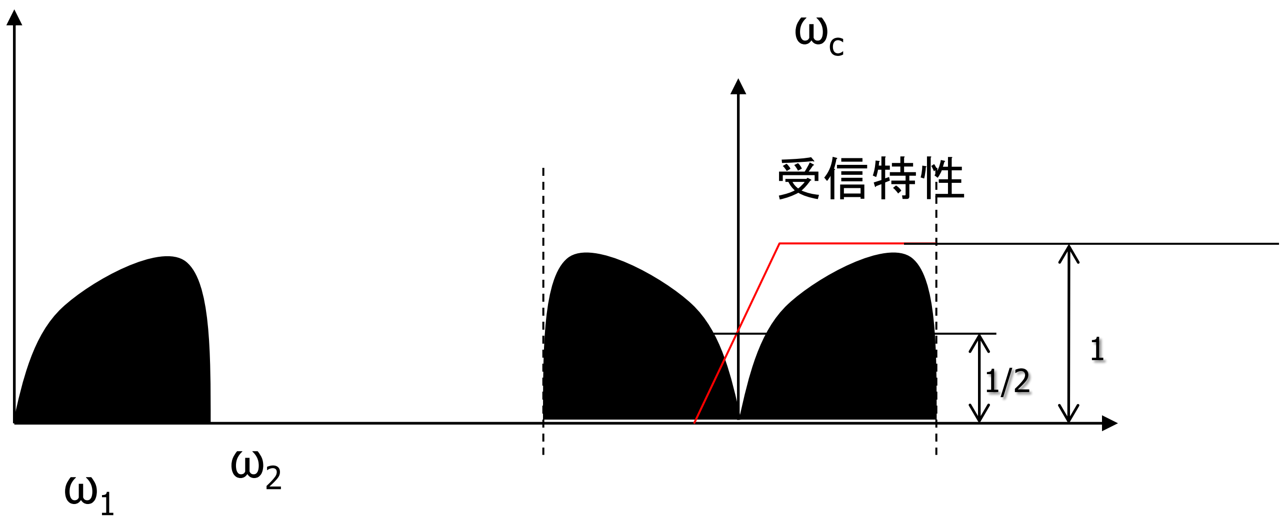
選択性**フェージング**：**ＳＳＢへの影響少ない**

# 残留側波帯通信方式

理由:



# 残留側波帯通信方式



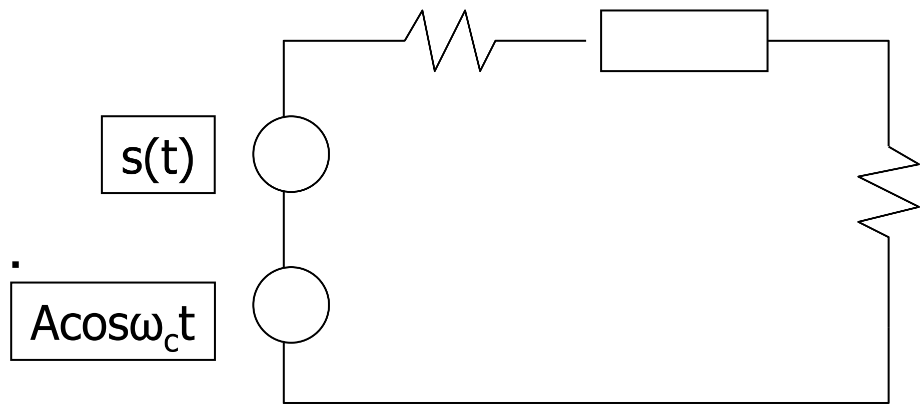
# 振幅変復調器

- 振幅変調器

  非線形特性を用いる方式

非線形

$g(x)=c_0+c_1x+c_2x^2+c_3x^3+\ldots$




入力

$s(t)+A\cos\omega_c t$をxに代入すると($X^4$以上の項を省略)

$g(x)=c_0+c_1(s(t)+A\cos\omega_c t)+c_2(s(t)+A\cos\omega_c t)^2+c_3(s(t)+A\cos\omega_c t)^3$

繰り返して三角関数を用いて

$\cos(0\omega_c t)$、$\cos(1\omega_c t)$、$\cos(2\omega_c t)$、$\cos(3\omega_c t)$が含まれる項を整理する。

フィルターを通して$\cos(\omega_c t)$の項を取り出し、

$g(x)=A(c_1+3c_3A^2)\cos\omega_c t+2c_2As(t)\cos\omega_c t+3c_3As(t)^2\cos\omega_c t+\cdots$

$c=c_1+3c_3A^2$とし

$g(x)=Ac\{1+2c_2s(t)/c+3c_3s(t)^2/c+\ldots\}\cos\omega_c t$

２乗特性素子：$c_3$以下の係数＝０

高次項を抑えるために信号s(t)が逆の極性を持って非線形特性を持つ素子を利用する。

$A\cos\omega_c t+s(t)$の場合　（$c=c_1+3c_3A^2$）

$g_1(x)=Ac\{1+2c_2s(t)/c+3c_3s(t)^2/c\}\cos\omega_c t$

$A\cos\omega_c t-s(t)$の場合

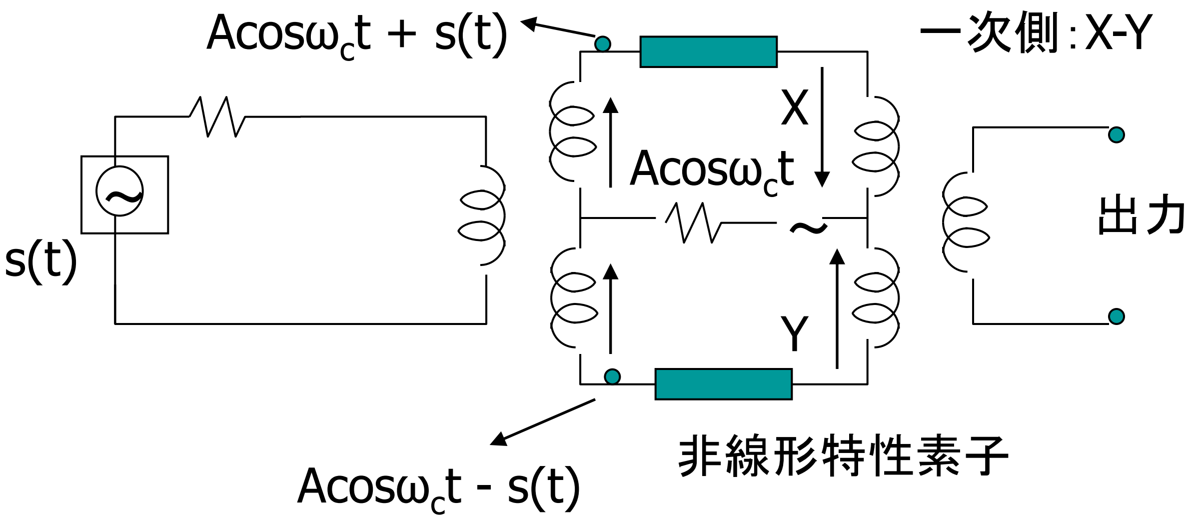
$g_2(x)=Ac\{1-2c_2s(t)/c+3c_3s(t)^2/c\}\cos\omega_c t$

次の信号を取れば第一項と第三項が消える。

$g_1(x)-g_2(x)$

高次項からの変調歪を抑えるために次の回路を用いる

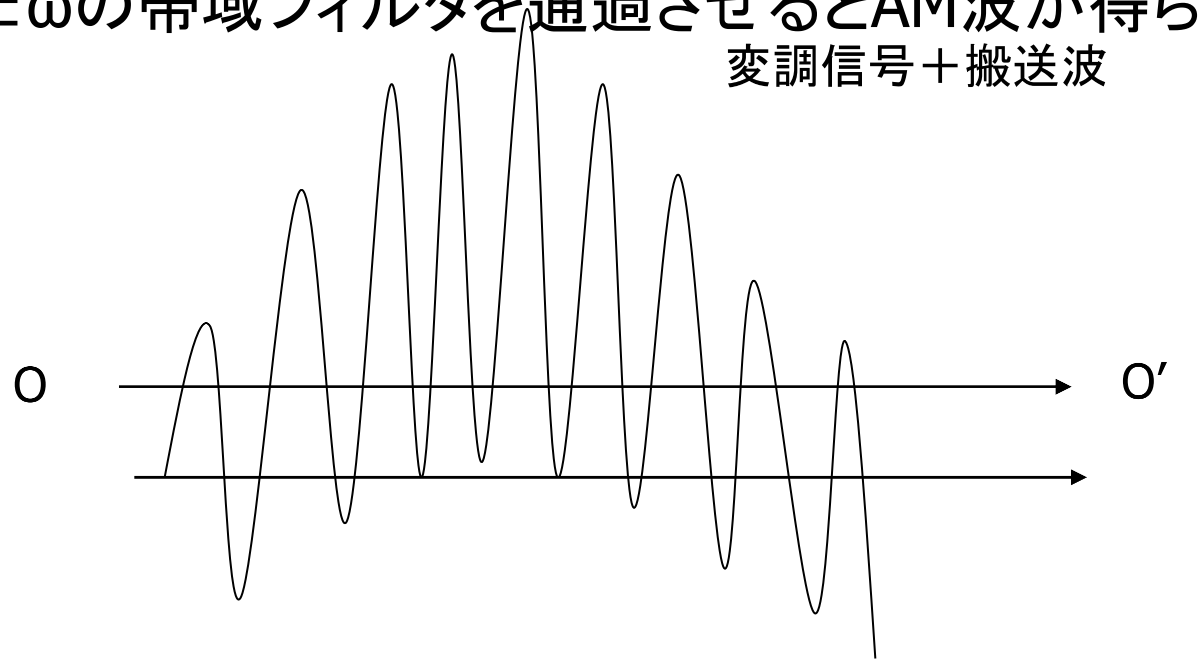
# 平衡変調器



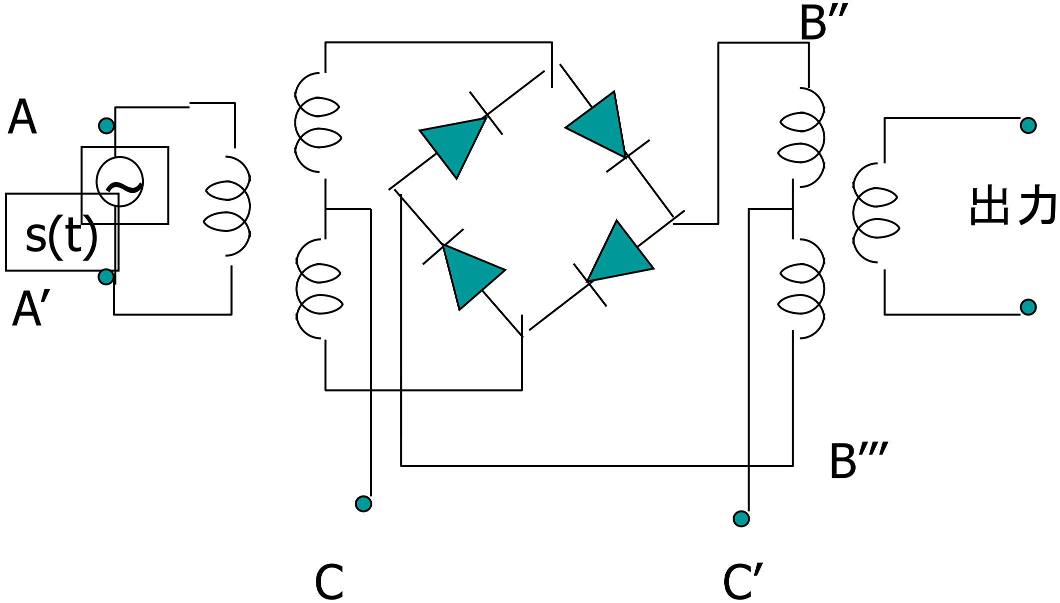
## 整流特性を用いる方法

$s(t)+A\cos\omega_c t$をあるレベル以下カットする。

$\omega_c \pm \omega$の帯域フィルタを通過させるとAM波が得られる

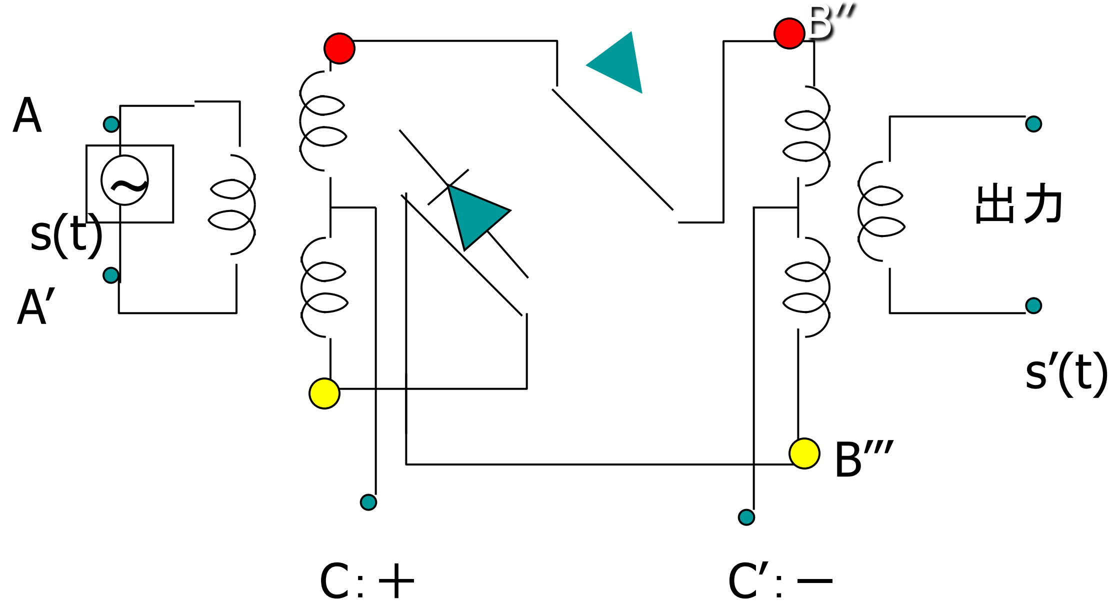


## ■ リング変調器

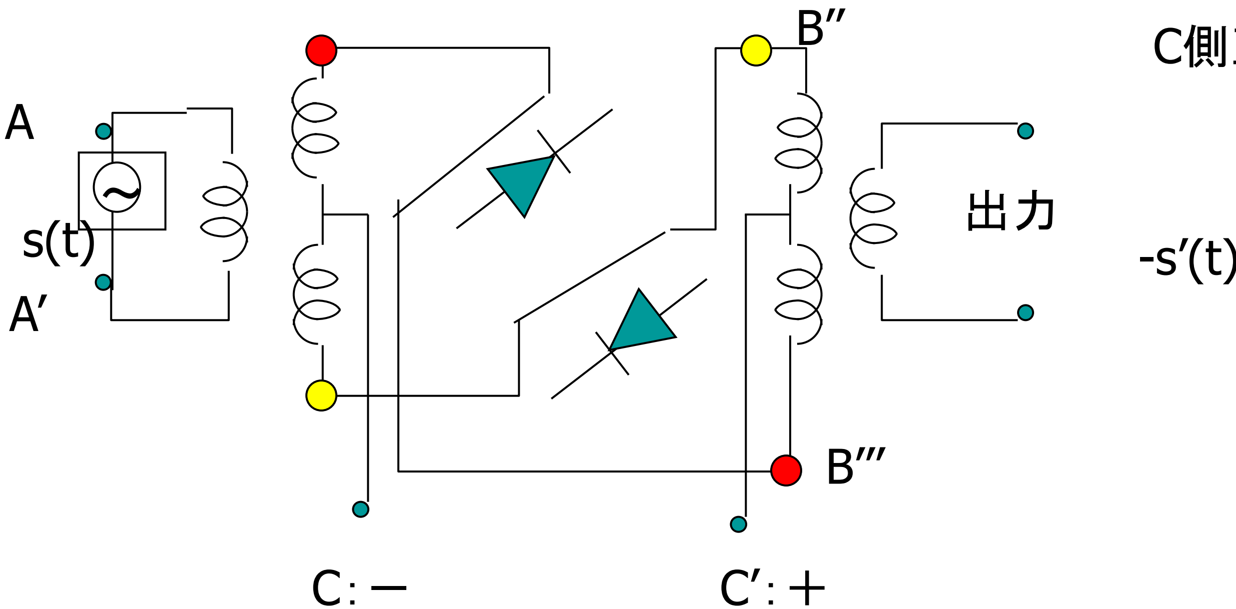



リング変調器

- リング変調器




C側正の時の等価回路




C側負の時の等価回路

# リング変調器の出力波形

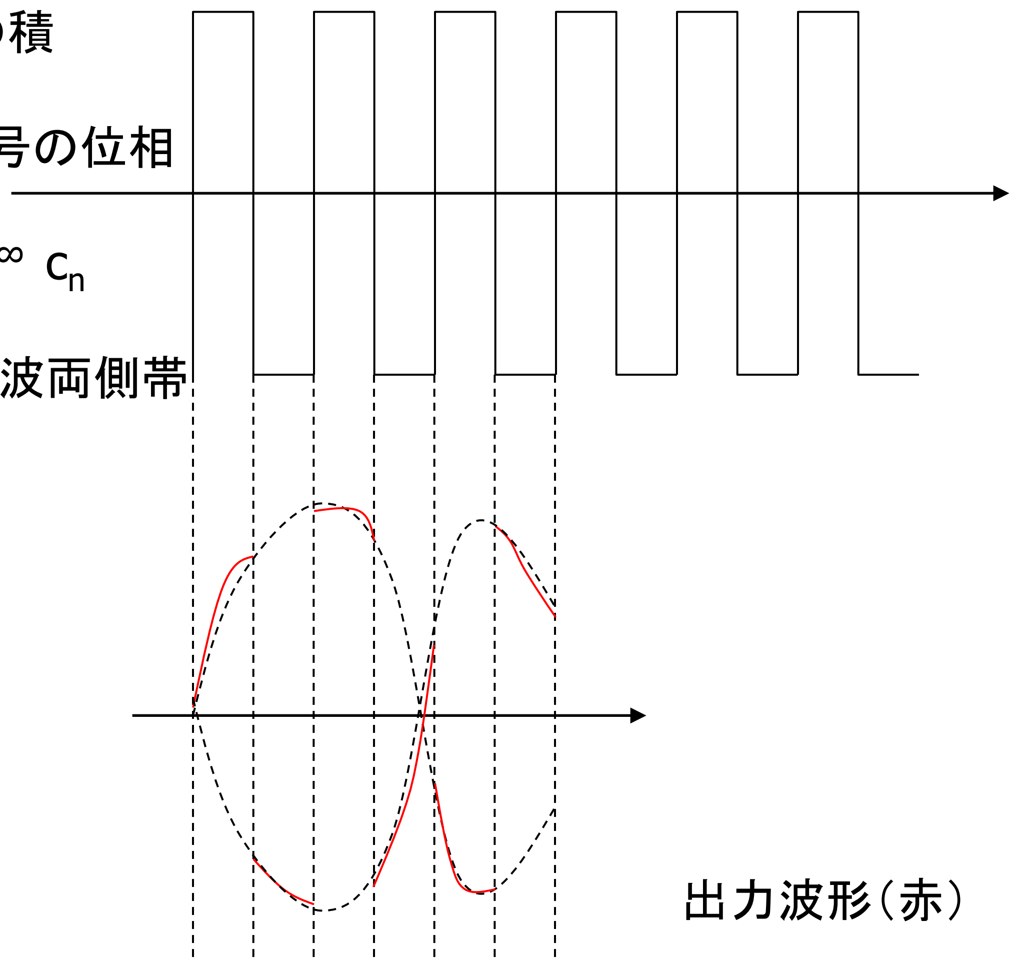
- 搬送波は抑圧され、出力に現れない
- 搬送波の振幅を1として
  出力は変調信号と搬送波の積
  と見なす

搬送波$\omega_c$の半周期で変調信号の位相が反転　$\omega_c + \omega$　$\omega_c + \omega$

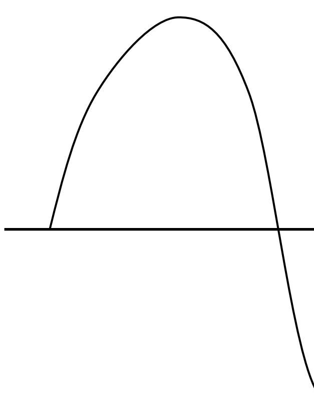
（周期信号搬送波　$= \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{in\omega ct}$）

$\omega_c$付近のフィルタを通すとAM波両側帯波が得られる

搬送波$\omega_c$

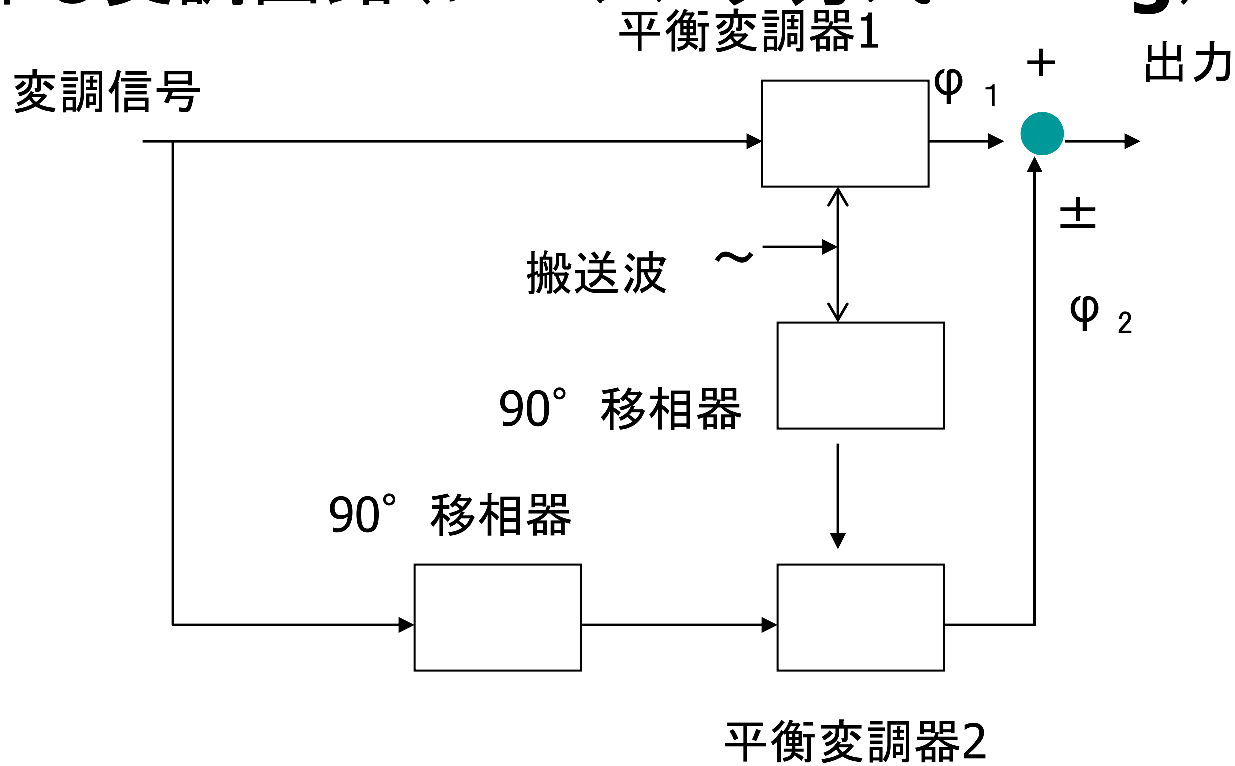


出力波形（赤）



変調信号

## ■ SSB波を作る変調回路（**フェ-ジング方式fading**）




$\varphi_1(t) = (Am_a/2)\cos\{(\omega_m+\omega_c)t+\theta_c\}+(Am_a/2)\cos\{(\omega_m-\omega_c)t+\theta_c\}$

$\varphi_2(t) = (Am_a/2)\cos\{(\omega_m+\omega_c)t-\pi+\theta_c\}+(Am_a/2)\cos\{(\omega_m-\omega_c)t+\theta_c\}$

$\varphi_1(t)+\varphi_2(t) = Am_a\cos\{(\omega_m-\omega_c)t+\theta_c\}$

$\varphi_1(t)-\varphi_2(t) = Am_a\cos\{(\omega_m+\omega_c)t+\theta_c\}$

# 復調器

- 復調器の役割:受信側に変調信号を抽出する

AM波

$\varphi_{AM}(t)=A\{1+ks(t)\}\cos(\omega_c t+\theta_c)$

搬送波の初期位相$\theta_c$を省略して$\cos(\omega_c t)$を掛けると

$e_d(t)= A\{1+ks(t)\}\cos(\omega_c t) \cos(\omega_c t)$

$= A\{1+ks(t)\} \{\cos(2\omega_c t)+1\}/2$

$= A/2\{1+ks(t)\}+A/2\{1+ks(t)\} \cos(2\omega_c t)$

フィルタを用いてs(t)を取り出す。

- 位相のずれによる影響

$e_d(t) = A\{1+ks(t)\}\cos(\omega_c t)\cos(\omega_c t+\Delta\theta)$

$\cos(\omega_c t)\cos(\omega_c t+\Delta\theta)$

$= \{\cos(2\omega_c t+\Delta\theta)+\cos(\Delta\theta)\}/2$

$= 1/2\{\cos(2\omega_c t)\cos\Delta\theta$

$-\sin(2\omega_c t)\sin\Delta\theta)+\cos(\Delta\theta)\}$

$=1/2\ \{\cos(2\omega_c t)+1\}\cos\Delta\theta$

$-\ 1/2\ \sin(2\omega_c t)\sin\Delta\theta$

- 乗積検波（同期検波）

  $\cos\omega_c t$を乗じて復調信号を抽出する方法：

  $\cos\omega_m t\ \cos\omega_c t\ \cos\omega_c t = \cos\omega_m t(\cos 2\omega_c t + 1)/2$

- ２乗検波

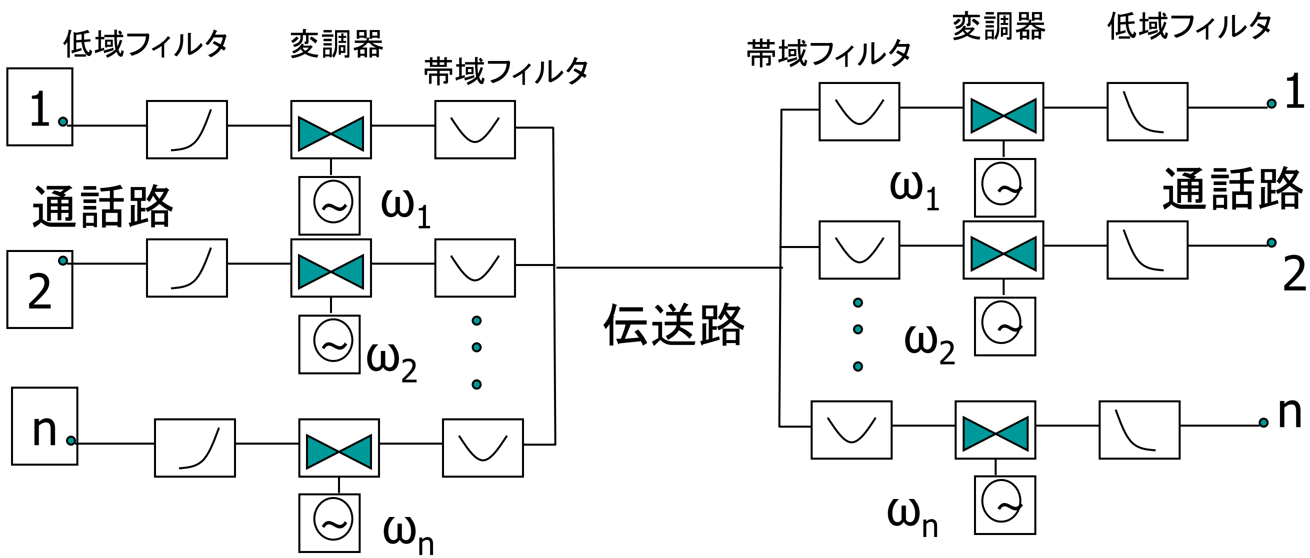
  非線形素子　$g(x)=c_0+c_1x+c_2x^2+\ldots$

xにAM信号$A\{1+ks(t)\}\cos\omega_c t$を代入して低域フィルタで低周波数成分を取り出すと

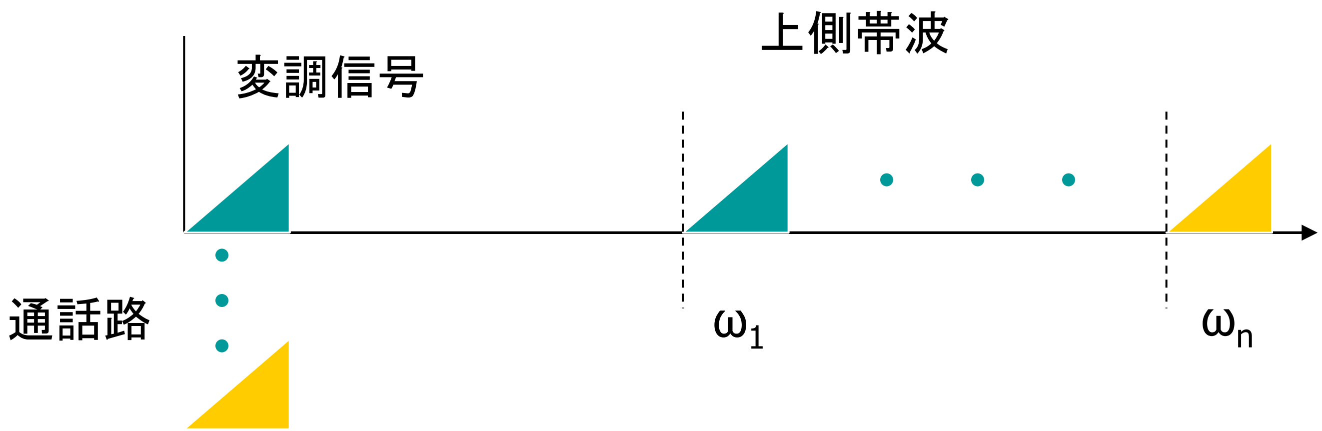
$g(x)=c_2A^2ks(t)+c_2A^2k^2s(t)^2/2$

s(t)信号　　　歪

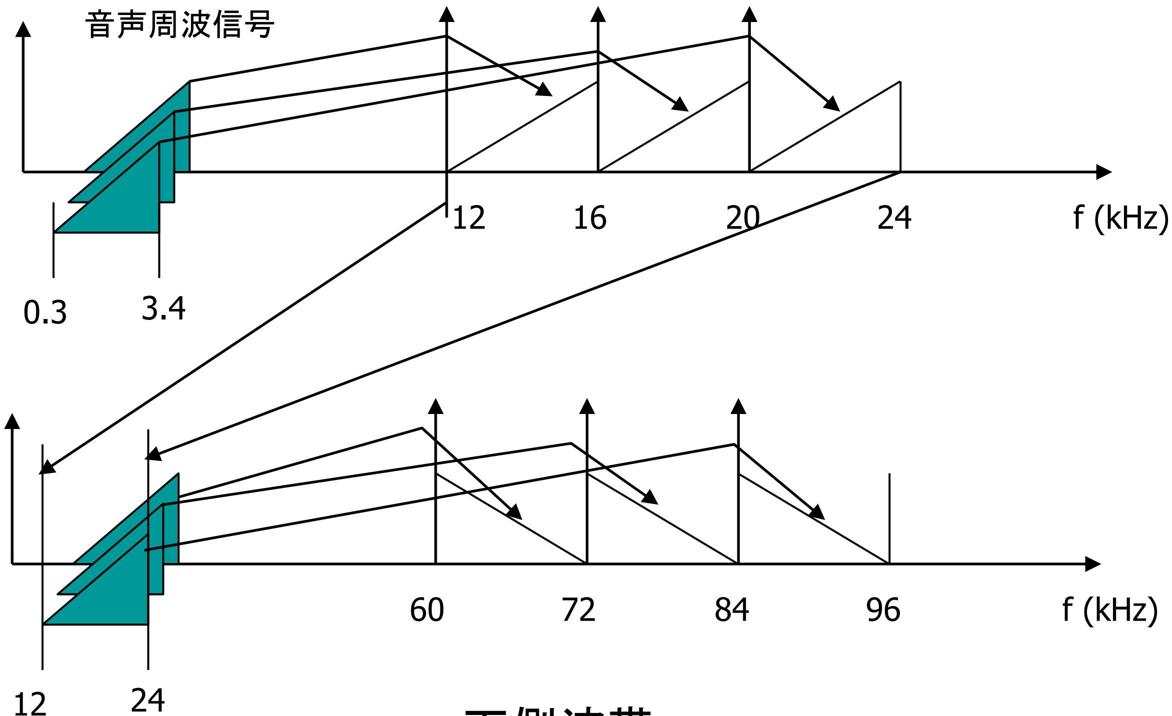
# 周波数分割多重通信方式



# 周波数分割多重通信方式



# 搬送多重電話の周波数配列の例




下側波帯