

# 整凸多面体に対するデザイン論的特徴付けについて\*1

○平尾 将剛, 小島壮史, 橋本倫太郎, 三浦琉雅 (愛知県立大学), 澤正憲 (神戸大学)

## 1 デザインの定義

$\mathbb{S}^2$  を 2次元単位球面とする.  $X \subset \mathbb{S}^2$  に対して,  $|X|$  を  $X$  の要素数とする.

**Definition 1.1.**  $T \in \mathbb{N}$  とし,  $X \subset \mathbb{S}^2$ ,  $|X| < \infty$  とする. このとき,  $\mathbb{S}^2$  上の有限集合  $X$  が指数  $T$  の調和指数デザイン (または,  $\mathbb{S}^2$  上の  $T$ -デザイン) であるとは, 次が成り立つことである.

$$\sum_{\mathbf{x} \in X} f(\mathbf{x}) \equiv 0, \quad \forall f \in \text{Harm}_\ell(\mathbb{R}^3), \quad \forall \ell \in T$$

ここで  $\text{Harm}_\ell(\mathbb{R}^3)$  は  $\ell$  次の斉次調和多項式のなすベクトル空間である.

**Definition 1.2.**  $t \in \mathbb{N}$  とし,  $X \subset \mathbb{R}^3$ ,  $|X| < \infty$ ,  $w : X \rightarrow \mathbb{R}_{>0}$  とする. このとき,  $\mathbb{R}^3$  上の重み付き有限集合  $(X, w)$  が, ユークリッド空間上の  $t$ -デザインであるとは, 次が成り立つことである.

$$\sum_{\mathbf{x} \in X} w(\mathbf{x}) \|\mathbf{x}\|^{2j} \phi(\mathbf{x}) \equiv 0, \quad \forall \phi \in \text{Harm}_\ell(\mathbb{R}^3), \quad 1 \leq \forall \ell \leq t, \quad 0 \leq \forall j \leq \lfloor \frac{t-\ell}{2} \rfloor.$$

## 2 半正多面体について

Mathematica を用い, 半正多面体 13 種に対して調和指数デザインとしての強さ  $T$  を確認した.

表 1 半正多面体

多面体名	$T$
立方八面体	$\{2\} \cup \{t > 0 : \text{奇数}\}$
二十・十二面体	$\{2, 4, 8, \dots\} \cup \{t > 0 : \text{奇数}\}$
切頭四面体	$\{1, 2, 5\}$
切頭八面体	$\{2\} \cup \{t > 0 : \text{奇数}\}$
切頭立方体	$\{2\} \cup \{t > 0 : \text{奇数}\}$
切頭二十面体	$\{2, 4, 8, 14\} \cup \{t > 0 : \text{奇数}\}$
切頭十二面体	$\{2, 4, 8, 14\} \cup \{t > 0 : \text{奇数}\}$
斜方立方八面体	$\{2, 8\} \cup \{t > 0 : \text{奇数}\}$
斜方二十・十二面体	$\{2, 4, 8, 14\} \cup \{t > 0 : \text{奇数}\}$
切頭立方八面体	$\{2\} \cup \{t > 0 : \text{奇数}\}$
切頭二十・十二面体	$\{2, 4, 8, 14\} \cup \{t > 0 : \text{奇数}\}$
変形立方体	$\{1, 2, 3, 5, 7, 11\}$
変形十二面体	$\{1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9, 11, 13, 14\}$

\*1 日本応用数学会 第 19 回 研究部会連合発表会 (離散システム研究部会) 2023 年 3 月 9 日@岡山理科大の補助資料として作成.

### 3 ザルガラー多面体について

ザルガラー多面体 92 種に対し，調和指数デザインとしての強さ  $T$ ，およびユークリッド空間上のデザインの強さ  $t$  を紹介する．なお，頂点集合が多重同心球面にのる多面体に関しては (i) 球面  $S^2$  に射映した点集合に対して，調和指数デザインとしての強さ  $T$  した．(ii) 重心座標が原点に一致するように平行移動させた点集合に対して，ユークリッド空間としての強さ  $t$  を確認した

表 2 ザルガラー多面体 1

番号	多面体名	$T$	$t$
N1	正四角錐	-	1
N2	正五角錐	-	1
N3	正三角台塔	-	1
N4	正四角台塔	-	1
N5	正五角台塔	-	1
N6	正五角丸塔	-	1
N7	正三角錐柱	-	1
N8	正四角錐柱	-	2
N9	正五角錐柱	-	2
N10	正四角錐反柱	-	2
N11	正五角錐反柱	-	2
N12	双三角錐	{1}	2
N13	双五角錐	{1, 3}	3
N14	双三角錐柱	{1}	1
N15	双四角錐柱	{ $t > 0$ : 奇数}	1
N16	双五角錐柱	{1, 3}	3
N17	双四角錐反柱	{1, 3}	3
N18	正三角台塔柱	-	2
N19	正四角台塔柱	-	2
N20	正五角台塔柱	-	1
N21	正五角丸塔柱	-	2
N22	正三角台塔反柱	-	2
N23	正四角台塔反柱	-	1
N24	正五角台塔反柱	-	1
N25	正五角丸塔反柱	-	1
N26	異相双三角柱	{1}	2
N27	同相双三角台塔	{1, 2}	2
N28	同相双四角台塔	{ $t > 0$ : 奇数}	3
N29	異相双四角台塔	{1, 3}	3
N30	同相双五角丸塔	{1, 3}	1

表3 ザルガラー多面体 2

番号	多面体名	$T$	$t$
N31	異相双五角丸塔	$\{t > 0 : \text{奇数}\}$	1
N32	同相五角台塔丸塔	-	2
N33	異相五角台塔丸塔	-	2
N34	同相双五角丸塔	$\{1, 2, 3, 4, 8\}$	4
N35	同相双三角台塔柱	$\{1\}$	2
N36	異相双三角台塔柱	$\{t > 0 : \text{奇数}\}$	3
N37	異相双四角台塔柱	$\{1, 2, 3\}$	3
N38	同相双五角台塔柱	$\{1, 3\}$	3
N39	異相双五角台塔柱	$\{t > 0 : \text{奇数}\}$	1
N40	同相五角台塔丸塔柱	-	3
N41	異相五角台塔丸塔柱	-	3
N42	同相双五角丸塔柱	$\{1\}$	3
N43	異相双五角丸塔柱	$\{t > 0 : \text{奇数}\}$	3
N44	双三角台塔反柱	$\{1\}$	2
N45	双四角台塔反柱	$\{1, 3\}$	3
N46	双五角台塔反柱	$\{1, 3\}$	3
N47	五角台塔丸塔反柱	-	2
N48	双五角丸塔反柱	$\{1, 3\}$	3
N49	側錐三角柱	-	1
N50	二側錐三角柱	-	1
N51	三側錐三角柱	$\{1\}$	2
N52	側錐五角柱	-	1
N53	二側錐五角柱	-	1
N54	側錐六角柱	-	1
N55	双側錐六角柱	$\{t > 0 : \text{奇数}\}$	1
N56	二側錐六角柱	-	1
N57	三角錐六角柱	$\{1\}$	1
N58	側錐十二面体	-	3
N59	双側錐十二面体	$\{t > 0 : \text{奇数}\}$	1
N60	二側錐十二面体	-	1
N61	三側錐十二面体	-	2
N62	二側錐欠損二十面体	-	2
N63	三側錐欠損二十面体	-	2
N64	側錐三側錐欠損二十面体	-	2
N65	側台塔切頂四面体	-	2

表 4 ザルガラー多面体 3

番号	多面体名	$T$	$t$
N66	側台塔切頂立方体	-	2
N67	双側台塔切頂立方体	$\{t > 0 : \text{奇数}\}$	1
N68	側台塔切頂十二面体	-	1
N69	双側台塔切頂十二面体	$\{t > 0 : \text{奇数}\}$	1
N70	二側台塔切頂十二面体	-	1
N71	三側台塔切頂十二面体	-	1
N72	側台塔回転斜方二十・十二面体	$\{1, 2, 3, 4\}$	4
N73	双側台塔回転斜方二十・十二面体	$\{2, 4\} \cup \{t > 0 : \text{奇数}\}$	5
N74	二側台塔回転斜方二十・十二面体	$\{1, 2, 3, 4\}$	4
N75	三側台塔回転斜方二十・十二面体	$\{1, 2, 3, 4\}$	4
N76	側台塔欠損斜方二十・十二面体	-	2
N77	双側台塔回転欠損斜方二十・十二面体	-	2
N78	二側台塔回転欠損斜方二十・十二面体	-	2
N79	二側台塔回転側台塔欠損斜方二十・十二面体	-	1
N80	双側台塔欠損斜方二十・十二面体	$\{t > 0 : \text{奇数}\}$	1
N81	二側台塔欠損二十・十二面体	-	1
N82	側台塔回転二側台塔欠損斜方二十・十二面体	-	1
N83	三側台塔欠損斜方二十・十二面体	-	1
N84	変形双五角錐	$\{1\}$	2
N85	変形四角反柱	$\{1, 3\}$	3
N86	球形屋根	-	2
N87	側錐球形屋根	-	2
N88	長方形屋根	-	2
N89	広底長球形屋根	-	2
N90	五角錐球形屋根	$\{1\}$	3
N91	双三日月双丸塔	$\{t > 0 : \text{奇数}\}$	3
N92	三角広庭球形屋根丸塔	-	2